

EJERCICIOS DE SELECTIVIDAD DE MATEMÁTICAS

EJERCICIO 1 (Álgebra): Castilla y León 2022

Dado el sistema
$$\begin{cases} 2x + 2my - z = 0 \\ x + 2y + mz = 0 \\ x - my + mz = 0 \end{cases}$$

- Discuta el sistema según los distintos valores de m . (1 punto)
- Resuelva el sistema si $m = -2$. (1 punto)

EJERCICIO 2 (Álgebra): Asturias 2022

Sea $a \begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & a \end{pmatrix}$

- Calcula el determinante y el rango de P para cada valor de a . (1 punto)
- Para $a = 1$ ¿existe P^{-1} ? En caso afirmativo calcúlala. (1 punto)
- Calcula, en caso de que exista, los valores de a tal que $\det(P) = \det(P^{-1})$. (0,5 puntos)

EJERCICIO 3 (Funciones): Navarra 2020

Sea la función $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} + \ln \frac{x^2+2}{3} & x < 1 \\ \frac{x^2}{3} & x \geq 1 \end{cases}$

- Demuestra que la función es derivable en todo \mathbb{R} . (1 punto)
- Demuestra que existe un valor $a \in (0, 2)$ tal que $f'(a) = 1$. Enuncia el (los) resultado(s) teórico(s) utilizado(s) y justifica su uso. (1,5 puntos)

EJERCICIO 4 (Geometría): Cantabria 2021

Se dispara un misil en línea recta desde el punto $A = (1, 2, 8)$ hacia la posición de la base enemiga $B = (3, 4, 0)$.

- Calcula la ecuación de la recta que contiene la trayectoria del misil. (0.5 puntos)
- Calcula el punto en el que el misil cruza el plano $z = 4$. (0.5 puntos)
- Calcula la distancia que recorre el misil desde que se lanza hasta que impacta en B . (0,5 puntos)
- Calcula un vector perpendicular a los vectores \overrightarrow{OB} y \overrightarrow{AB} . (1 punto)

EJERCICIO 5 (Geometría): Navarra 2021

Halla un plano que sea tangente a la esfera de radio 3 y centro $(0, 0, 0)$, y que corte perpendicularmente a la recta $r \equiv \frac{x-3}{2} = \frac{y-a}{1} = \frac{z+4}{-2}$

Encuentra el punto de tangencia del plano con la esfera, y calcula la ecuación continua de la recta que pasa por ese punto y corta perpendicularmente a r .

EJERCICIO 6 (Probabilidad): Extremadura 2021

La duración de un Smartphone se ajusta a una normal de media 3 años y desviación típica de 1 año. El fabricante da una garantía de 3,5 años a sus Smartphone.

- a) Calcular la probabilidad de que un Smartphone dure menos que la garantía. (1 punto)
- b) Calcular la probabilidad de que un Smartphone dure más de 5 años. (1 punto)

EJERCICIO 7 (Probabilidad): Murcia 2020

Una urna tiene 2 bolas blancas y 3 bolas rojas. Consideramos la variable aleatoria que cuenta el número de bolas blancas que se obtienen al repetir nueve veces el siguiente experimento: se saca una bola de la urna y, después de anotar el color, se devuelve la bola a la urna.

- a) ¿Qué tipo de distribución sigue dicha variable aleatoria y cuáles son sus parámetros? (1 punto)
- b) ¿Cuál es la media y la desviación típica de esta distribución? (0,5 puntos)
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que el número de bolas anotado sea menor o igual que 4? (1 punto)